

# TÍNH CHUYỂN VỊ HỆ DAO ĐỘNG MỘT BẬC TỰ DO

## DISPLACEMENT CALCULATION FOR SINGLE-DEGREE-FREEDOM SYSTEM

**ThS. Lê Trọng Long**

Khoa Xây dựng - Trường ĐHXD Miền Tây

Email: letronglong@mtu.edu.vn

Điện thoại: 0773372417

Ngày nhận bài: 08/8/2022

Ngày gửi phản biện: 14/9/2022

Ngày chấp nhận đăng: 22/9/2022

### Tóm tắt:

Trọng lượng là một đại lượng lực đặc biệt được gây ra bởi trọng lực, chịu ảnh hưởng bởi khối lượng của hệ kết cấu. Do đó, khi xét đến khối lượng của hệ thì tác động của trọng lượng là khá lớn. Trong phân tích động cho hệ kết cấu sẽ bao gồm hai thành phần tác động là tĩnh và động gây ra bởi trọng lượng và lực tác động.

Bài báo xét tính chuyển vị của hệ dao động một bậc tự do, từ đó cho thấy rõ sự tương hỗ của hai thành phần tác động trong hệ.

**Từ khóa:** trọng lượng, chuyển vị, hệ dao động một bậc tự do.

### Abstract:

Weight is a quantity of special force caused by gravity, influenced by the mass of the structural system. Therefore, when considering the mass of the system, the effect of weight is quite large. The dynamic analysis for the structural system will include two impact components static and dynamic caused by weight and impact force.

The article considers the displacement of a one-degree-of-freedom system, thereby showing the interaction of the two acting components in the system.

**Keywords:** Rweight, displacement, one-degree-of-freedom system.

### 1. Đặt vấn đề

Trọng lượng là một đại lượng lực đặc biệt được gây ra bởi trọng lực, chịu ảnh hưởng bởi khối lượng của hệ kết cấu. Đối với các hệ kết cấu khi không xét đến khối lượng thì tác động của trọng lượng cũng được bỏ qua. Tuy nhiên khi cần xét đến khối lượng của hệ thì tác động của trọng lượng là khá lớn.

Đối với các môn học như sức bền vật liệu và cơ học kết cấu hướng dẫn phân tích tĩnh của các hệ kết cấu, môn động lực học công trình hướng dẫn phân tích động của hệ kết cấu. Vì vậy khi tính toán hệ kết cấu cần kể đến tác động tương hỗ của cả hai loại tải trọng này.

Trong nội dung bài viết này chỉ xét đến dao động hệ một bậc tự do không chịu ảnh hưởng của lực cản và các kết cấu xét tĩnh chỉ bao gồm khung hoặc dầm.

### 2. Tính chuyển vị hệ dao động một bậc tự do không xét tới ảnh hưởng của lực cản

Đối với một hệ kết cấu dao động một bậc tự do, khi không xét đến sự ảnh hưởng của lực cản sẽ có phương trình vi phân dao động như sau [2]:

$$M\ddot{y} + Ky = P_t$$

Trong đó  $P_t$  là lực tác động cưỡng bức lên hệ dao động.

Giá trị tần số dao động riêng được tính bằng:  $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \sqrt{\frac{1}{M \times \delta_{11}}}$

Giá trị chu kỳ được tính bằng:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

### 2.1. Phương pháp tính hệ dao động một bậc tự do chịu tác động cưỡng bức

Thực hiện các bước tính như sau:

- Bước 1: Xác định chuyển vị đặc trưng của hệ dựa vào đặc trưng và tính chất cấu tạo của hệ đã cho.

- Bước 2: Đặt tải trọng đơn vị giả tạo theo phương của chuyển vị đặc trưng đã xác định được ở bước 1.

- Bước 3: Vẽ biểu đồ nội lực momen uốn cho hệ ứng với thành phần lực giả tạo (bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc và lực cắt).

- Bước 4: Xác định hệ số độ mềm (chuyển vị đơn vị) của hệ.

- Bước 5: Xác định các đặc trưng dao động của hệ, quan trọng nhất là giá trị tần số dao động riêng  $\omega$ .

- Bước 6: Tính giá trị tải trọng tương đương  $P_{td}$  (quy đổi tính từ bài toán tĩnh về bài toán động ứng với giá trị lớn nhất trong khoảng thời gian xét tĩnh)

- Bước 7: Tính các tác động lên hệ theo công thức:

$$S_{\text{tổng}} = S_{\text{tĩnh}} + S_{\text{động}}$$

Trong đó:

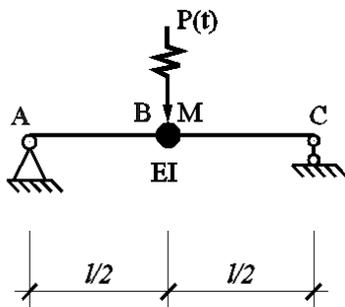
$S_{\text{tĩnh}}$ : là tác động tĩnh của hệ do trọng lượng gây ra

$S_{\text{động}}$ : là tác động động của hệ do lực tác động gây ra

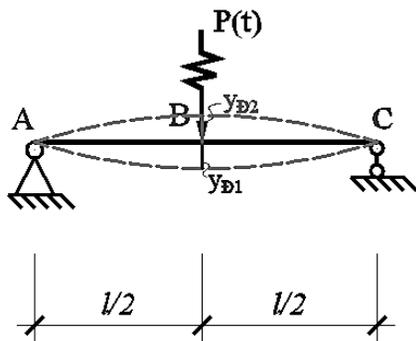
**2.2. Chuyển vị hệ dao động một bậc tự do chịu tác động cưỡng bức:**

Xét 2 trường hợp sau:

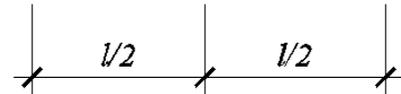
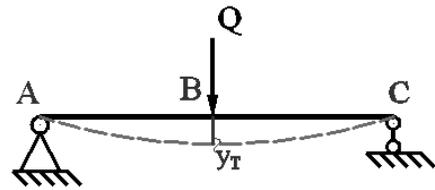
Trường hợp 1:



Ta xét chuyển vị tại vị trí đặt khối lượng tập trung  $M$  tại  $B$  giữa dầm  $AC$ . Trong trường hợp này ta có chuyển vị của điểm  $B$  sẽ bao gồm chuyển vị do tác động động là lực tác động  $P(t)$  gây ra theo phương đứng và chuyển vị do tác động tĩnh là trọng lượng  $Q$  của khối lượng  $M$  gây ra cũng theo phương đứng, lúc này cần xét tính đến sự tương hỗ của hai tác động này:

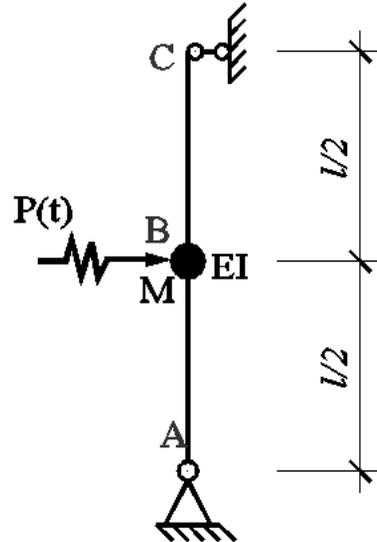


**Chuyển vị do tác động động gây ra**

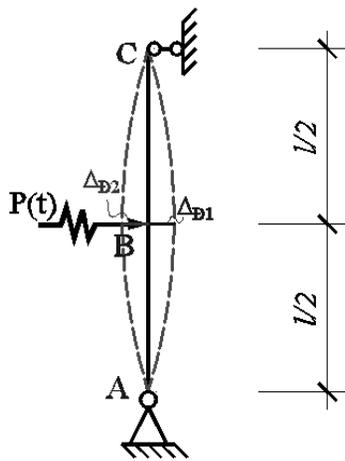


**Chuyển vị do tác động tĩnh gây ra**

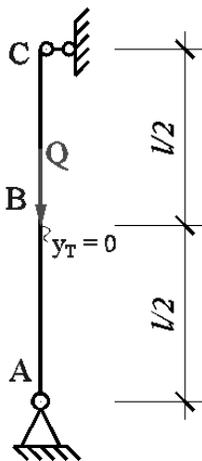
❖ Trường hợp 2:



Ta xét chuyển vị tại vị trí đặt khối lượng tập trung  $M$  tại  $B$  giữa cột  $AC$ . Trong trường hợp này ta có chuyển vị của điểm  $B$  sẽ chỉ có chuyển vị do tác động động là lực tác động  $P(t)$  gây ra theo phương ngang, còn chuyển vị do tác động tĩnh là trọng lượng  $Q$  của khối lượng  $M$  theo phương đứng bằng không do trùng trục thanh (bỏ qua chuyển vị dọc trục thanh):



**Chuyển vị do tác động động gây ra**



**Chuyển vị do tác động tĩnh gây ra**

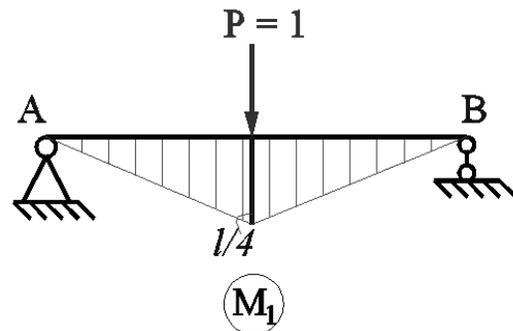
**2.3. Ví dụ:** Cho hệ kết cấu có khối lượng tập trung  $M$  có trọng lượng là  $Q$  (bỏ qua trọng lượng bản thân). Chịu tác động của lực tác động  $P(t) = P_m \sin \omega t$ . Biết  $l = 2,0 \text{ m}$ ;  $Q = 20 \text{ kN}$ ;  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ;  $P_m = 10 \text{ kN}$ ,  $\bar{\omega} = 20 \text{ s}^{-1}$ . Thanh làm bằng thép hình chữ I số hiệu  $N^0 30$  có  $E = 2 \times 10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $I = 7080 \text{ cm}^4$

a) Tính chuyển vị lớn nhất cho sơ đồ hệ dầm chịu lực ở trường hợp 1 mục 2.2

**Giải:**

-  $n = 1$  (Chuyển vị đặc trưng theo phương đứng)

- Vẽ biểu đồ nội lực momen uốn



- Tính hệ số độ mềm (chuyển vị đơn vị) của hệ:

$$\delta_{11} = \frac{M_1 \times M_1}{EI} = 2 \times \frac{1}{EI} \times \frac{l}{4} \times \frac{l}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{l^3}{48EI}$$

- Xác định các đặc trưng dao động của hệ

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{981 \times 48 \times 2 \times 10^4 \times 7080}{20 \times 200^3}} = 204,14 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{204,14} = 0,031 \text{ s}$$

- Tính giá trị tải trọng tương đương:

$$K_d = \frac{1}{1 - \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{20}{204,14}\right)^2} = 1,01$$

$$P_{td} = K_d \times P_m = 1,01 \times 10 = 10,1 \text{ kN}$$

- Tính chuyển vị lớn nhất cho hệ: chuyển vị lớn nhất của hệ có được khi chuyển vị động  $y_D$  có chiều hướng xuống, khi đó ta có:

$$y_{\max} = y_D + y_T = P_{td} \times \delta_{11} + Q \times \delta_{11} = (10,1 + 20) \times \frac{200^3}{48 \times 2 \times 10^4 \times 7080} = 0,035 \text{ cm}$$

- Chuyển vị lớn nhất của hệ có phương đứng, hướng từ trên xuống.

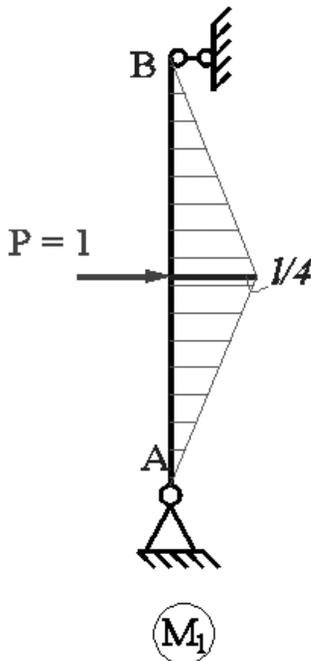
b) Tính chuyển vị lớn nhất cho sơ đồ hệ cột chịu ở trường hợp 2 mục 2.2

-  $n = 1$  (Chuyển vị đặc trưng theo phương đứng)

- Tính hệ số độ mềm (chuyển vị đơn vị) của hệ:

- Vẽ biểu đồ nội lực momen uốn

$$\delta_{11} = \frac{M_1 \times M_1}{EI} = 2 \times \frac{1}{EI} \times \frac{l}{4} \times \frac{l}{4} \times \frac{l}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{l^3}{48EI}$$



- Xác định các đặc trưng dao động của hệ

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{981 \times 48 \times 2 \times 10^4 \times 7080}{20 \times 200^3}} = 204,14 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{204,14} = 0,031 \text{ s}$$

- Tính giá trị tải trọng tương đương:

$$K_d = \frac{1}{1 - \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{20}{204,14}\right)^2} = 1,01$$

$$P_{td} = K_d \times P_m = 1,01 \times 10 = 10,1 \text{ kN}$$

- Tính chuyển vị lớn nhất cho hệ: chuyển vị lớn nhất của hệ chỉ phụ thuộc vào chuyển vị động của hệ, có phương ngang và được tính như sau:

$$\Delta_{\max} = \Delta_D = P_{td} \times \delta_{11} = 10,1 \times \frac{200^3}{48 \times 2 \times 10^4 \times 7080} = 0,012 \text{ cm}$$

### 3. Kết luận

Trong phân tích động cho hệ kết cấu dao động một bậc tự do, cần phải phân tích các thành phần tác động lên hệ.

Do trọng lượng là đại lượng lực chịu ảnh hưởng bởi trọng lực nên có phương và chiều tác động cố định theo phương đứng, chiều hướng từ trên xuống.

Khi tính chuyển vị cho hệ dao động cần xét riêng lẻ của từng loại tác động, từ đó xét tính đến sự tương hỗ của các tác động trong hệ.

#### Tài liệu tham khảo

- [1]. Lều Thọ Trình, Đỗ Văn Bình (2010), “*Cơ học công trình*”, Nxb Xây dựng, Hà Nội
- [2]. Phạm Đình Ba, Nguyễn Tài Trung (2010), “*Động lực học công trình*”, Nxb Xây dựng, Hà Nội
- [3]. Phạm Đình Ba, Nguyễn Tài Trung (2010), “*Bài tập động lực học công trình*”, Nxb Xây dựng, Hà Nội